# Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

## Δυνάμεις

**Ορισμός**

$\alpha^\nu = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha ... \alpha}_{\nu\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma o\nu\tau\varepsilon\varsigma}$

$\alpha^1 = \alpha$

$\alpha^0 = 1$ με $\alpha \neq 0$

**Ιδιότητες**

$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$

$\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu}$

$\alpha^\nu \cdot \beta^\nu = (\alpha \cdot \beta)^\nu$

$\dfrac{\alpha^\nu}{\beta^\nu} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\nu$ με $\beta \neq 0$

$(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu \cdot \nu}$

$\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$ με $\alpha, \beta \neq 0$

## Αλγεβρικές παραστάσεις

**Επιμεριστική ιδιότητα – αναγωγή ομοίων όρων.**

$\alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma = (\alpha + \beta)\gamma$

**Χρήσιμες ιδιότητες των πράξεων**

$\alpha = \beta$ **τότε** $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$

$\alpha = \beta$ **τότε** $\dfrac{\alpha}{\gamma} = \dfrac{\beta}{\gamma}$ **με γ≠0**

## Εξισώσεις

- Λύση μιας εξίσωσης είναι ένας αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση.
- Επίλυση μιας εξίσωσης είναι η διαδικασία με την οποία βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης.
- Αδύνατη είναι η εξίσωση που δεν έχει καμία λύση.
- Αόριστη ή ταυτότητα λέγεται η εξίσωση που επαληθεύεται για όλες τις τιμές του χ. Δηλαδή έχει άπειρες λύσεις.

## Λύση της εξίσωσης: αx=β

1. Αν $\alpha \neq 0$ ,τότε $x = \dfrac{\beta}{\alpha}$
2. Αν $\alpha = \beta = 0$ , τότε έχουμε $0x = 0$ άπειρες λύσεις (αόριστη ή ταυτότητα).
3. Αν $\alpha = 0, \beta \neq 0$ ,τότε έχουμε $0x = \beta$ καμία λύση (αδύνατη).

## Μέθοδος λύση εξίσωσης

- Απαλοιφή παρανομαστών.
- Πράξεις.
- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.
- Αναγωγή ομοίων όρων.
- Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου.

## Επίλυση προβλημάτων

- Διαβάζουμε το πρόβλημα, βρίσκουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα.
- Εκφράζουμε με x τον άγνωστο αριθμό.
- Εκφράζουμε όλα τα άλλα μεγέθη με τη βοήθεια του x.
- Γράφουμε την εξίσωση.
- Λύνουμε την εξίσωση.
- Ελέγχουμε αν η λύση ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος.

## Λύση της ανίσωσης: αx>β

1. Αν $\alpha > 0$ τότε $x > \dfrac{\beta}{\alpha}$
2. Αν $\alpha < 0$ , τότε $x < \dfrac{\beta}{\alpha}$

3.Αν $\alpha = 0$ , τότε έχουμε $0x > \beta$ ,οπότε
αν $\beta \geq 0$ είναι αδύνατη
αν $\beta < 0$ είναι αόριστη (όχι ταυτότητα).

## Τετραγωνική ρίζα

Αν $\sqrt{\alpha} = x$ τότε $x^2 = \alpha$ με $x, \alpha > 0$ $\sqrt{0} = 0$

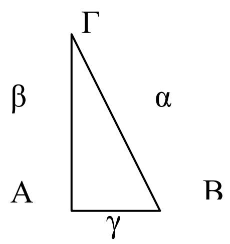
## Συναρτήσεις

- Δυο ποσά ονομάζονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε πολλαπλασιάζονται και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό.
- Αν δυο ποσά είναι ανάλογα τότε ο λόγος των τιμών τους είναι σταθερός.
- Αν δυο ποσά χ, ψ είναι ανάλογα, τότε οι τιμές τους εκφράζονται με τη συνάρτηση

ψ=α·χ της οποίας η γραφική παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης ψ=α·χ+β είναι επίσης ευθεία που είναι παράλληλη προς την ψ=α·χ (διότι έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης α ).
- Δυο ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις **τιμές** του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε διαιρούνται οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό.
- Αν δυο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε το γινόμενο των τιμών τους είναι σταθερό.
- Αν δυο ποσά χ, ψ είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε οι τιμές τους εκφράζονται με τη συνάρτηση ψ=α/χ της οποίας η γραφική παράσταση είναι **υπερβολή.**

## Πυθαγόρειο Θεώρημα




**Ευθύ**

Το τετράγωνο της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων καθέτων πλευρών του.

Αν $\widehat{A} = 90^\circ$, τότε $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$

**Αντίστροφο**

Αν το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών του, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.

Αν $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, τότε $\widehat{A} = 90^\circ$

## Τριγωνομετρία

**Ορισμοί**

$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$$

**Τριγωνομετρικοί αριθμοί κυριότερων γωνιών.**

| ω | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| ημω | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| συνω | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| εφω | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | Δεν ορίζεται |

## Μέτρηση κύκλου

- **Επίκεντρη** λέγεται η γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο του κύκλου.
- **Εγγεγραμμένη** λέγεται η γωνία που έχει την κορυφή της στην περιφέρεια του κύκλου.
- Η εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης που βαίνει στο ίδιο τόξο.
- Δύο τόξα $\mu^o$ είναι ίσα όταν είναι τόξα του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων.
- Ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό** όταν έχει όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του ίσες.
- Η **κεντρική γωνία** ενός κανονικού πολυγώνου δίνεται από τον τύπο: $\omega=360^o/\nu$ όπου ν είναι ο αριθμός των πλευρών του πολυγώνου.
- Η γωνία φ ενός κανονικού πολυγώνου και η κεντρική του γωνία ω είναι παραπληρωματικές: $\omega+\varphi=180^o$.

- Το **μήκος ενός κύκλου** δίνεται από τον τύπο: $L = 2\cdot\pi\cdot\rho$ όπου L είναι το μήκος του κύκλου, π=3,14 και ρ είναι η ακτίνα του κύκλου.

- Το **εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου** δίνεται από τον τύπο: $\mathrm{E} = \pi\cdot\rho^2$ όπου Ε είναι το εμβαδόν και ρ είναι η ακτίνα.

- Το **μήκος ενός τόξου** δίνεται από τον τύπο: $l = \frac{\pi\cdot\rho\cdot\mu}{180^o}$ όπου $l$ είναι το μήκος του τόξου, ρ είναι η ακτίνα του κύκλου και μ είναι οι μοίρες του τόξου.
- Το **εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα** δίνεται από τον τύπο: $\mathrm{E} = \frac{\pi\cdot\rho^2\cdot\mu}{360^o}$ όπου Ε είναι το εμβαδόν, ρ είναι η ακτίνα του κύκλου και μ οι μοίρες του αντίστοιχου τόξου.

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ- ΛΥΚΕΙΟΥ- ΤΕΕ

# Μαθηματικά

## Προετοιμασία για τις προαγωγικές εξετάσεις:

- Η μελέτη των μαθηματικών απαιτεί αρχικά **ουσιαστική γνώση** της θεωρίας και στη συνέχεια τη **σωστή εφαρμογή** της στην επίλυση των προβλημάτων.

- Η ουσιαστική γνώση της θεωρίας επιτυγχάνεται με την κατανόηση:
  - των ορισμών,
  - των θεωρημάτων (προσοχή στις γεωμετρικές ερμηνείες και τις εξαιρέσεις),
  - των σχετικών σχολίων.

Για να οργανώσουμε σωστά την επανάληψη της θεωρίας, χρήσιμο είναι να έχουμε ένα τετράδιο στο οποίο θα γράφουμε τους ορισμούς και τις αποδείξεις των θεωρημάτων.

- Οι ασκήσεις αφορούν:
  - την απλή εφαρμογή των ορισμών και των θεωρημάτων,
  - τη συνδυασμένη εφαρμογή τους.

Για να θεωρηθεί ολοκληρωμένη η επανάληψη αλλά και για να ελέγξουμε τις γνώσεις μας, μπορούμε να λύσουμε αντιπροσωπευτικές ασκήσεις από κάθε ενότητα.

## Κατά τη διάρκεια των εξετάσεων:

- Διαβάζουμε μια φορά όλα τα θέματα, ώστε να σχηματίσουμε μια γενική εικόνα.

- Ξεκινάμε τις απαντήσεις μας από τα θέματα εκείνα για τα οποία είμαστε σίγουροι για τον τρόπο αντιμετώπισής του. Συνήθως ξεκινάμε από τη θεωρία.

- Αντιμετώπιση ενός θέματος:
  - Διαβάζουμε προσεκτικά τα δεδομένα του θέματος.
  - Εντοπίζουμε τη διδακτική ενότητα όπου βρίσκονται.
  - Τα ερμηνεύουμε με βάση τη θεωρία της αντίστοιχης διδακτικής ενότητας.
  - Προχωράμε στη λύση του θέματος αναφέροντας τα θεωρήματα που θα χρησιμοποιήσουμε και προσέχοντας εάν πληρούνται οι προϋποθέσεις τους.Εάν δεν δίνονται στην εκφώνηση, τις αποδεικνύουμε.

Επιπλέον θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι τα υποερωτήματα ενός ερωτήματος συνδέονται μεταξύ τους. Ακόμη και εάν αγνοούμε τη λύση του 1$^{ου}$ υποερωτήματος, μπορούμε να το θεωρήσουμε ως δεδομένο για την επίλυση του 2$^{ου}$ κ.ο.κ.