Κατά τη διάρκεια των εξετάσεων:

- Διαβάζουμε μια φορά όλα τα θέματα, ώστε να σχηματίσουμε μια γενική εικόνα.

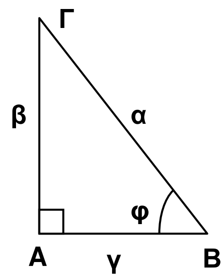
- Ξεκινάμε τις απαντήσεις μας από τα θέματα εκείνα για τα οποία είμαστε σίγουροι για τον τρόπο αντιμετώπισής του. Συνήθως ξεκινάμε από τη θεωρία.

- Αντιμετώπιση ενός θέματος:
  - Διαβάζουμε προσεκτικά τα δεδομένα του θέματος.
  - Εντοπίζουμε τη διδακτική ενότητα όπου βρίσκονται.
  - Τα ερμηνεύουμε με βάση τη θεωρία της αντίστοιχης διδακτικής ενότητας.
  - Προχωράμε στη λύση του θέματος αναφέροντας τα θεωρήματα που θα χρησιμοποιήσουμε και προσέχοντας εάν πληρούνται οι προϋποθέσεις τους.Εάν δεν δίνονται στην εκφώνηση, τις αποδεικνύουμε.

Επιπλέον θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι τα υποερωτήματα ενός ερωτήματος συνδέονται μεταξύ τους. Ακόμη και εάν αγνοούμε τη λύση του $1^{ου}$ υποερωτήματος, μπορούμε να το θεωρήσουμε ως δεδομένο για την επίλυση του $2^{ου}$ κ.ο.κ.

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

• Για οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου



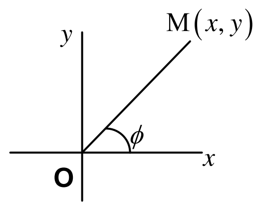
$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\eta\mu\phi = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\sigma\phi\phi = \frac{\gamma}{\beta}$$

• Για οποιαδήποτε γωνία με αρχική πλευρά $\mathrm{O}x$ και τελική πλευρά ΟΜ ισχύει:



$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{x}{\rho}$$

$$\eta\mu\phi = \frac{y}{\rho}$$

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{y}{x}$$

$$\sigma\phi\phi = \frac{x}{y}$$

όπου $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- $\eta\mu^2\phi + \sigma\upsilon\nu^2\phi = 1$
- $\varepsilon\phi\phi \cdot \sigma\phi\phi = 1$
- $\varepsilon\phi\phi = \dfrac{\eta\mu\phi}{\sigma\upsilon\nu\phi}$, $\quad \sigma\phi\phi = \dfrac{\sigma\upsilon\nu\phi}{\eta\mu\phi}$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ

ϕ	$0^o/0$	$30^o/\frac{\pi}{6}$	$45^o/\frac{\pi}{4}$	$60^o/\frac{\pi}{3}$	$90^o/\frac{\pi}{2}$
$\eta\mu\phi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sigma\upsilon\nu\phi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\varepsilon\phi\phi$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\sigma\phi\phi$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ	
$\eta\mu(-x) = -\eta\mu x$ $\sigma\upsilon\nu(-x) = \sigma\upsilon\nu x$ $\varepsilon\phi(-x) = -\varepsilon\phi x$ $\sigma\phi(-x) = -\sigma\phi x$	$\eta\mu(\pi - x) = \eta\mu x$ $\sigma\upsilon\nu(\pi - x) = -\sigma\upsilon\nu x$ $\varepsilon\phi(\pi - x) = -\varepsilon\phi x$ $\sigma\phi(\pi - x) = -\sigma\phi x$
$\eta\mu(\pi + x) = -\eta\mu x$ $\sigma\upsilon\nu(\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$ $\varepsilon\phi(\pi + x) = \varepsilon\phi x$ $\sigma\phi(\pi + x) = \sigma\phi x$	$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sigma\upsilon\nu x$ $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \eta\mu x$ $\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sigma\phi x$ $\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \varepsilon\phi x$

ΤΥΠΟΙ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ

- $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)=\sigma\upsilon\nu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta-\eta\mu\alpha\cdot\eta\mu\beta$
- $\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)=\sigma\upsilon\nu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta+\eta\mu\alpha\cdot\eta\mu\beta$
- $\eta\mu(\alpha+\beta)=\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta+\eta\mu\beta\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$
- $\eta\mu(\alpha-\beta)=\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta-\eta\mu\beta\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$
- $\varepsilon\phi(\alpha+\beta)=\dfrac{\varepsilon\phi\alpha+\varepsilon\phi\beta}{1-\varepsilon\phi\alpha\cdot\varepsilon\phi\beta}$
- $\varepsilon\phi(\alpha-\beta)=\dfrac{\varepsilon\phi\alpha-\varepsilon\phi\beta}{1+\varepsilon\phi\alpha\cdot\varepsilon\phi\beta}$
- $\sigma\phi(\alpha+\beta)=\dfrac{\sigma\phi\alpha\cdot\sigma\phi\beta-1}{\sigma\phi\beta+\sigma\phi\alpha}$
- $\sigma\phi(\alpha-\beta)=\dfrac{\sigma\phi\alpha\cdot\sigma\phi\beta+1}{\sigma\phi\beta-\sigma\phi\alpha}$

ΤΥΠΟΙ ΔΙΠΛΑΣΙΟΥ ΤΟΞΟΥ

- $\eta\mu 2\alpha=2\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$
- $\sigma\upsilon\nu 2\alpha=\sigma\upsilon\nu^2\alpha-\eta\mu^2\alpha=2\sigma\upsilon\nu^2\alpha-1=1-2\eta\mu^2\alpha$
- $\varepsilon\phi 2\alpha=\dfrac{2\varepsilon\phi\alpha}{1-\varepsilon\phi^2\alpha}$
- $\sigma\phi 2\alpha=\dfrac{\sigma\phi^2\alpha-1}{2\sigma\phi\alpha}$

ΤΥΠΟΙ ΑΠΟΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

- $\eta\mu^2\alpha = \dfrac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
- $\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \dfrac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
- $\varepsilon\phi^2\alpha = \dfrac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$

ΑΛΛΟΙ ΤΥΠΟΙ

- $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \dfrac{1-\varepsilon\phi^2\alpha}{1+\varepsilon\phi^2\alpha}$
- $\eta\mu 2\alpha = \dfrac{2\varepsilon\phi\alpha}{1+\varepsilon\phi^2\alpha}$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- $\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} x = 2\kappa\pi + \theta \\ x = 2\kappa\pi + \pi - \theta \end{matrix}\right\}$
- $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} x = 2\kappa\pi + \theta \\ x = 2\kappa\pi - \theta \end{matrix}\right\}$
- $\varepsilon\phi x = \varepsilon\phi\theta \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \theta$
- $\sigma\phi x = \sigma\phi\theta \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \theta$ όπου $\kappa \in Z$

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-\rho)$ είναι ίσο με $P(\rho)$
- Το $x-\rho$ είναι παράγοντας του $P(x)$ όταν και μόνον όταν $P(\rho)=0$

ΠΡΟΟΔΟΙ

	Αριθμητική πρόοδος	Γεωμετρική πρόοδος
Νιοστός όρος	$\alpha_\nu=\alpha_1+(\nu-1)\cdot\omega$	$\alpha_\nu=\alpha_1\cdot\lambda^{\nu-1}$
Αναδρομικός τύπος	$\alpha_{\nu+1}=\alpha_\nu+\omega$ ω διαφορά	$\alpha_{\nu+1}=\lambda\cdot\alpha_\nu$ όπου λ λόγος
Άθροισμα ν αρχικών όρων	$S_\nu=\frac{\nu}{2}(\alpha_1+\alpha_\nu)$ $S_\nu=\frac{\nu}{2}\left[2\alpha_1+(\nu-1)\omega\right]$	$S_\nu=\alpha_1\frac{\lambda^\nu-1}{\lambda-1},\lambda\neq 1$ $S_\nu=\nu\cdot\alpha_1$, $\lambda=1$

ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ

$\alpha^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_\alpha \theta$

ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΣ

$10^x = \theta \Leftrightarrow x = \log \theta$

ΝΕΠΕΡΕΙΟΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΣ

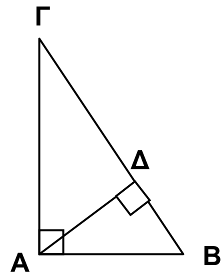
$e^x = \theta \Leftrightarrow x = \ln \theta$, $e \simeq 2,7$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- $\log_\alpha 1 = 0$
- $\log_\alpha \alpha = 1$
- $\log_\alpha \alpha^x = x$
- $\alpha^{\log_\alpha \theta} = \theta$
- $\log_\alpha (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$
- $\log_\alpha \dfrac{\theta_1}{\theta_2} = \log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2$
- $\log_\alpha \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_\alpha \theta$
- $\log_\alpha \theta = \dfrac{\log_\beta \theta}{\log_\beta \alpha}$ (αλλαγή βάσης)

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο, τότε $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$

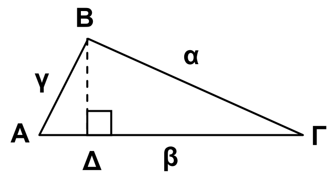


- $\text{AB}^2 = \text{B}\Delta \cdot \text{B}\Gamma$
- $\text{A}\Gamma^2 = \Delta\Gamma \cdot \text{B}\Gamma$
- $\dfrac{\text{AB}^2}{\text{A}\Gamma^2} = \dfrac{\text{B}\Delta}{\Delta\Gamma}$
- $\text{A}\Delta^2 = \text{B}\Delta \cdot \Delta\Gamma$

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

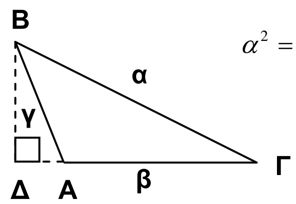
ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ

- $\hat{A}$ οξεία



$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2 \cdot \beta \cdot \mathrm{A}\Delta$$

- $\hat{A}$ αμβλεία



$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2 \cdot \beta \cdot \mathrm{A}\Delta$$

ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ

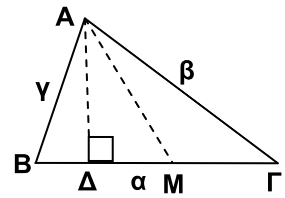
$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot \gamma \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{A}$$

- $\hat{A}$ οξεία $\Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$
- $\hat{A}$ αμβλεία $\Leftrightarrow \alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$
- $\hat{A}$ ορθή $\Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΔΙΑΜΕΣΩΝ

- 1^{O} : $\beta^2+\gamma^2=2\cdot\mu_\alpha{}^2+\dfrac{\alpha^2}{2}$

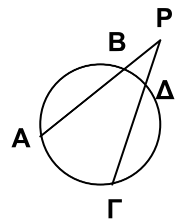
$$\mu_\alpha^2=\frac{2\cdot\beta^2+2\cdot\gamma^2-\alpha^2}{4}$$



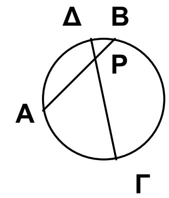
- 2^{o} : Αν ΔΜ η προβολή της μ_α στην α , τότε

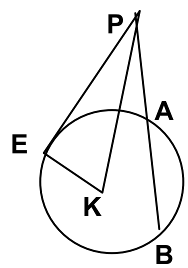
$\beta^2-\gamma^2=2\cdot\alpha\cdot\text{ΜΔ}$

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΤΕΜΝΟΥΣΩΝ



$$ΡΑ \cdot ΡΒ = ΡΓ \cdot ΡΔ$$





$$ΡΕ^2 = ΡΑ \cdot ΡΒ = \delta^2 - R^2$$

όπου $\delta = ΡΚ$

Δύναμη σημείου Ρ ως προς κύκλο $(Κ, R)$:

$\Delta^{Ρ}_{(Κ,R)} = \delta^2 - R^2$

ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Τετράγωνο: $E = \alpha^2$, όπου α πλευρά

Ορθογώνιο: $E = \alpha \cdot \beta$, όπου α, β διαστάσεις

Παραλληλόγραμμο: $E = \beta \cdot \upsilon$, όπου β βάση και υ: αντίστοιχο ύψος

Τρίγωνο: $E = \frac{1}{2}\alpha \cdot \upsilon_\alpha = \frac{1}{2}\beta \cdot \upsilon_\beta = \frac{1}{2}\gamma \cdot \upsilon_\gamma$

Τραπέζιο: $E = \frac{B+\beta}{2} \cdot \upsilon$, όπου B, β βάσεις και υ ύψος

Ρόμβος : $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$, όπου δ_1, δ_2 διαγώνιοι

Νόμος Ημιτόνων : $\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$

ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

- $E = \sqrt{\tau \cdot (\tau - \alpha) \cdot (\tau - \beta) \cdot (\tau - \gamma)}$ (τύπος Ήρωνα),

όπου $\tau = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}$ η ημιπερίμετρος

- $E = \tau \cdot \rho$, όπου ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου
- $E = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{4 \cdot R}$, όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου
- $E = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A$

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

- Αν σε τρίγωνα ΑΒΓ, Α′Β′Γ′ είναι $\alpha = \alpha'$ τότε

$\frac{\text{Ε}}{\text{Ε}'} = \frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_{\alpha'}}$

- Αν σε τρίγωνα ΑΒΓ, Α′Β′Γ′ είναι $\upsilon_\alpha = \upsilon_{\alpha'}$ τότε

$\frac{\text{Ε}}{\text{Ε}'} = \frac{\alpha}{\alpha'}$

- Αν ΑΒΓ, Α′Β′Γ′ όμοια με λόγο ομοιότητας λ, τότε

$\frac{\text{Ε}}{\text{Ε}'} = \lambda^2$

- Αν στα τρίγωνα ΑΒΓ, Α′Β′Γ′ οι γωνίες $\hat{\text{Α}}$, $\hat{\text{Α}}'$ είναι ίσες ή παραπληρωματικές, τότε $\frac{\text{Ε}}{\text{Ε}'} = \frac{\beta \cdot \gamma}{\beta' \cdot \gamma'}$

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

- γωνία πολυγώνου: $\phi_\nu = 180^o - \dfrac{360^o}{\nu}$
- κεντρική γωνία : $\omega_\nu = \dfrac{360^o}{\nu}$
- $\alpha_\nu^2 + \dfrac{\lambda_\nu^2}{4} = R^2$, όπου α_ν απόστημα και λ_ν πλευρά
- περίμετρος : $\mathrm{P}_\nu = \nu \cdot \lambda_\nu$
- εμβαδόν : $\mathrm{E}_\nu = \dfrac{1}{2} \cdot \mathrm{P}_\nu \cdot \alpha_\nu$

	Ισόπλευρο τρίγωνο	Τετράγωνο	Κανονικό εξάγωνο
Πλευρά λ_ν	$R \cdot \sqrt{3}$	$R \cdot \sqrt{2}$	R
Απόστημα α_ν	$\dfrac{R}{2}$	$\dfrac{R \cdot \sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{R \cdot \sqrt{3}}{2}$

Μήκος κύκλου $L = 2 \cdot \pi \cdot R$

Μήκος τόξου μ μοιρών: $l = \dfrac{\pi \cdot R \cdot \mu}{180^o}$

Μήκος τόξου α ακτινίων : $l = \alpha \cdot R$

Εμβαδόν κυκλικού δίσκου $E = \pi \cdot R^2$
Εμβαδόν κυκλικού τομέα μ μοιρών: $\varepsilon = \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot \mu}{360^o}$ Εμβαδόν κυκλικού τομέα α ακτινίων: $\varepsilon = \dfrac{1}{2} \cdot \alpha \cdot R^2$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ ή $\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A, y_B - y_A\right)$
Αν Μ μέσο του ΑΒ τότε $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$ ή $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$
Συντελεστής διεύθυνσης του $\vec{\alpha} = (x, y)$ $\lambda_{\vec{\alpha}} = \dfrac{y}{x}$, για $x \neq 0$ εάν $x = 0$ τότε $\vec{\alpha} \perp x'x$
Μέτρο διανύσματος $\vec{\alpha} = (x, y)$ $\lvert\vec{\alpha}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$ ή $\lvert\vec{\alpha}\rvert^2 = \vec{\alpha}^2$

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ
$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\left\vert\vec{\alpha}\right\vert\cdot\left\vert\vec{\beta}\right\vert\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\alpha},\vec{\beta}\right)$ εάν $\vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$
Εάν $\vec{\alpha}=\left(x_1,y_1\right)$, $\vec{\beta}=\left(x_2,y_2\right)$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$
Γωνία διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\alpha},\vec{\beta}\right)=\dfrac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{\left\vert\vec{\alpha}\right\vert\cdot\left\vert\vec{\beta}\right\vert}=\dfrac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$
Προβολή του $\vec{\alpha}$ στο $\vec{\beta}$ $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\pi\rho o\beta_{\vec{\beta}}\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$, $\pi\rho o\beta_{\vec{\beta}}\vec{\alpha}=\lambda\cdot\vec{\beta}$

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΑΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

- $\vec{\alpha} = \mu \cdot \vec{\beta}$, $\mu > 0$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$

  $\mu < 0$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$
- $\lambda_{\vec{\alpha}} = \lambda_{\vec{\beta}}$
- $\det\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = 0$
- $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \left|\vec{\alpha}\right| \cdot \left|\vec{\beta}\right| \Leftrightarrow \vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$
- $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -\left|\vec{\alpha}\right| \cdot \left|\vec{\beta}\right| \Leftrightarrow \vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = 1 \Leftrightarrow \vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = -1 \Leftrightarrow \vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΚΑΘΕΤΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

- $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$
- $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$
- $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = 0$

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ

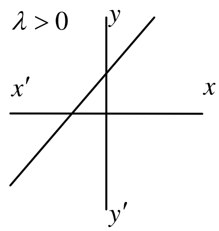
Ο προσδιορισμός του $\left|\vec{\alpha}\right|$ όταν δεν γνωρίζω συντεταγμένες γίνεται από τη σχέση $\left|\vec{\alpha}\right|^2 = \vec{\alpha}^2$

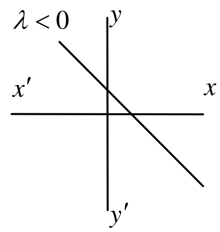
ΣΥΝΕΥΘΕΙΑΚΑ ΣΗΜΕΙΑ

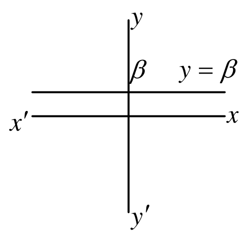
Τα σημεία $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \Gamma$ είναι συνευθειακά όταν $\overrightarrow{\mathrm{AB}} // \overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}$

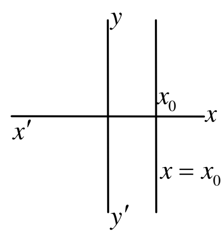
ΕΥΘΕΙΑ

$y = \lambda \cdot x + \beta$, $\lambda, \beta \in \Re$









Εξίσωση ευθείας όταν γνωρίζω ένα σημείο της $\mathrm{A}(x_0, y_0)$ και τον συντελεστή διεύθυνσης :

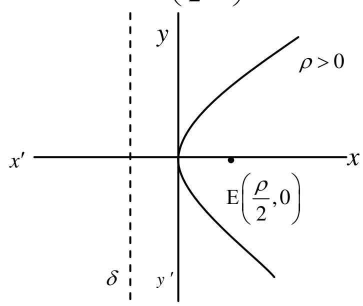
$$y - y_0 = \lambda \cdot (x - x_0)$$

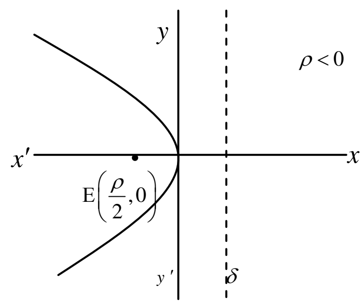
Η εξίσωση $A\cdot x+B\cdot y+\Gamma=0$, $A,B,\Gamma\in\Re$ παριστάνει ευθεία όταν: $A\neq 0$ ή $B\neq 0$. Τότε $\lambda=-\frac{A}{B}$
Απόσταση του σημείου $M(x_0,y_0)$ από την ευθεία $A\cdot x+B\cdot y+\Gamma=0$ $d(M,\varepsilon)=\frac{\lvert A\cdot x_0+B\cdot y_0+\Gamma\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}$
Εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ : $(AB\Gamma)=\frac{1}{2}\left\lvert\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}\right)\right\rvert$

ΚΥΚΛΟΣ
$x^2+y^2=\rho^2$ με κέντρο $K(0,0)$ και ακτίνα ρ
$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$ με κέντρο $K(x_0,y_0)$ και ακτίνα ρ
$x^2+y^2+A\cdot x+B\cdot y+\Gamma=0$ εξίσωση κύκλου $\Leftrightarrow$ $A^2+B^2-4\cdot\Gamma>0$ με $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$ και $\rho=\frac{\sqrt{A^2+B^2-4\cdot\Gamma}}{2}$
$M(\rho\cdot\sigma\upsilon\nu\phi,\rho\cdot\eta\mu\phi)$ ανήκει στον κύκλο $x^2+y^2=\rho^2$
Εφαπτομένη του $x^2+y^2=\rho^2$ στο $A(x_1,y_1)$: $x\cdot x_1+y\cdot y_1=\rho^2$

ΠΑΡΑΒΟΛΗ

- $y^2 = 2\cdot\rho\cdot x$, $\mathrm{E}\left(\frac{\rho}{2},0\right)$, $\delta : x = -\frac{\rho}{2}$

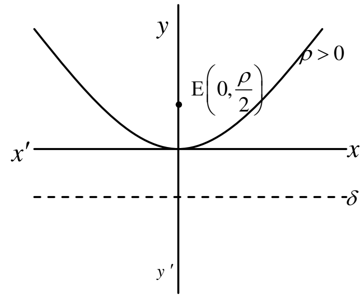


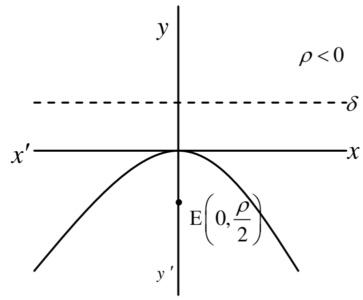


Η εφαπτομένη της παραβολής στο $\mathrm{A}(x_1, y_1)$**:**

$y_1 \cdot y = \rho\cdot(x + x_1)$

- $x^2 = 2 \cdot \rho \cdot y$, $\mathrm{E}\left(0, \frac{\rho}{2}\right)$, $\delta : y = -\frac{\rho}{2}$





Η εφαπτομένη της παραβολής στο $\mathrm{A}(x_1, y_1)$**:**

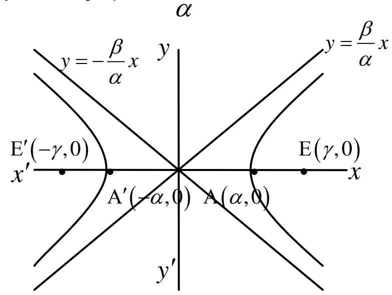
$x_1 \cdot x = \rho \cdot (y + y_1)$

ΥΠΕΡΒΟΛΗ με άξονα x΄x

- $\dfrac{x^2}{\alpha^2}-\dfrac{y^2}{\beta^2}=1 \qquad \gamma^2=\alpha^2+\beta^2$

εκκεντρότητα : $\varepsilon=\dfrac{\gamma}{\alpha}=\sqrt{1+\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}}$

ασύμπτωτες: $y=\pm\dfrac{\beta}{\alpha}\cdot x$



εφαπτομένη της υπερβολής στο $\mathrm{M}(x_1,y_1)$:

$\dfrac{x_1\cdot x}{\alpha^2}-\dfrac{y_1\cdot y}{\beta^2}=1$

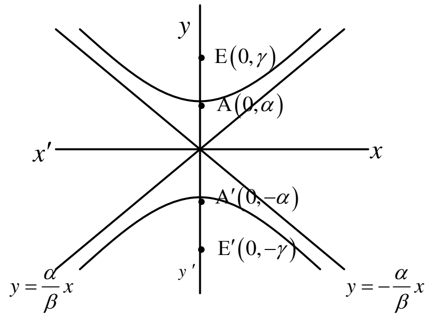
ΥΠΕΡΒΟΛΗ με άξονα y΄y

- $\dfrac{y^2}{\alpha^2}-\dfrac{x^2}{\beta^2}=1$

$\gamma^2=\alpha^2+\beta^2$

εκκεντρότητα : $\varepsilon=\dfrac{\gamma}{\alpha}=\sqrt{1+\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}}$

ασύμπτωτες: $y=\pm\dfrac{\alpha}{\beta}\cdot x$



εφαπτομένη της υπερβολής στο $\mathrm{M}(x_1,y_1)$:

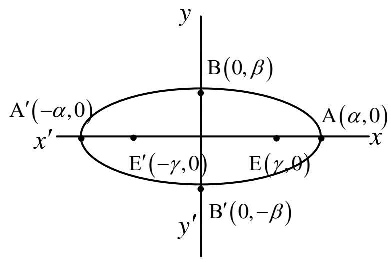
$\dfrac{y_1\cdot y}{\alpha^2}-\dfrac{x_1\cdot x}{\beta^2}=1$

ΕΛΛΕΙΨΗ

- $\dfrac{x^2}{\alpha^2}+\dfrac{y^2}{\beta^2}=1$ **,** $\alpha>\beta$ **,**

$\gamma^2=\alpha^2-\beta^2$

εκκεντρότητα : $\varepsilon=\dfrac{\gamma}{\alpha}=\sqrt{1-\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}}$



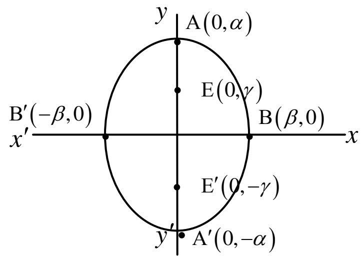
εφαπτομένη της έλλειψης στο $\mathrm{M}(x_1, y_1)$ **:**

$\dfrac{x_1\cdot x}{\alpha^2}+\dfrac{y_1\cdot y}{\beta^2}=1$

- $\dfrac{x^2}{\beta^2}+\dfrac{y^2}{\alpha^2}=1$ **,** $\alpha>\beta$

$\gamma^2=\alpha^2-\beta^2$

εκκεντρότητα : $\varepsilon=\dfrac{\gamma}{\alpha}=\sqrt{1-\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}}$



εφαπτομένη της έλλειψης στο $\mathrm{M}(x_1,y_1)$ **:**

$$\frac{x_1\cdot x}{\beta^2}+\frac{y_1\cdot y}{\alpha^2}=1$$

ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ
Ταυτότητα ευκλείδειας διαίρεσης $\beta = \kappa \cdot \alpha + \upsilon$, $0 \le \upsilon < \lvert\alpha\rvert$, $\alpha, \beta, \kappa, \upsilon \in Z$
$\alpha / \beta \Leftrightarrow \beta = \lambda \cdot \alpha$, $\alpha, \beta, \lambda \in Z$
Εάν $\alpha = 2 \cdot \kappa + 1$, $\kappa \in Z$ τότε $\alpha^2 = 8 \cdot \lambda + 1$, $\lambda \in Z$
Το γινόμενο διαδοχικών ακεραίων είναι άρτιος: $\alpha \cdot (\alpha + 1) = 2 \cdot \kappa$, $\kappa \in Z$
• Εάν α / β και β / γ τότε α / γ • Εάν α / β και α / γ τότε $\alpha / \kappa \cdot \beta + \lambda \cdot \gamma$ όπου $\kappa, \lambda \in Z$ • Εάν α / β και β / α τότε $\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$ • Εάν $\alpha / 1$ τότε $\alpha = 1$ ή $\alpha = -1$

- Δύναμη Coulomb
- Δύναμη Coulomb: $F_c = k\,\dfrac{|q_1 q_2|}{r^2}$
- Ένταση ηλεκτρικού πεδίου: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$

- Ένταση σε πεδίο Coulomb: $E = K\,\dfrac{|Q|}{r^2}$
- Ένταση σε ομογενές ηλεκτρ.πεδίο: $E = \dfrac{V}{l}$
- Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου: $V_A = \dfrac{U_A}{q}$ καί $V_A = \dfrac{W_{A\to\infty}}{q}$
- Δυναμικό σε πεδίο Coulomb: $V_A = K\,\dfrac{Q}{r}$
- Διαφορά δυναμικού σε ηλεκτρ.πεδίο: $V_{AB} = V_A - V_B = \dfrac{W_{A\to B}}{q}$
- Έργο ηλεκτρικής πεδιακής δύναμης : $W_{A\to\infty} = q \cdot V_A$
  από το Α στο ∞
- Έργο ηλεκτρικής πεδιακής δύναμης : $W_{A\to B} = q(V_A - V_B)$
  Από το Α στο Β
- Ηλεκτρική Δυναμική ενέργεια συστήματος : $U_{\eta\lambda} = k\,\dfrac{q_1 q_2}{r}$
  2 σημειακών φορτίων
- Χωρητικότητα πυκνωτή: $C = \dfrac{Q}{V}$

- Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή: $C = \varepsilon_0 \dfrac{s}{l}$ (με κενό)

  : $C = \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{s}{l}$ (με υλικό)
- Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή: $U_\varepsilon = \dfrac{1}{2}QV = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$
- Ένταση συνεχούς ηλεκτρ.ρεύματος: $I = \dfrac{q}{t}$

- Αντίσταση αγωγού: $R = \dfrac{V}{I}$
- Νόμος αντίστασης για μεταλλικό αγωγό: $R = \rho \dfrac{l}{s}$
- Ειδική αντίσταση και θερμοκρασία: $\rho_\Theta = \rho_o (1 + \alpha\theta)$
- Νόμος ΟΗΜ για μεταλλικό αγωγό: $I = \dfrac{V}{R}$
- 1ος κανόνας Kirchhoff : Σε κάθε κόμβο ισχύει
  (Αρχή Διατήρησης Φορτίου) $\Sigma(I_{\varepsilon\iota\sigma}) = \Sigma(I_{\varepsilon\xi})$
- Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά (κοινή Ι):
  $R_{O\Lambda} = R_1 + R_2 + \ldots + R_\nu$
- Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα (κοινή V) :
  $\dfrac{1}{R_{O\Lambda}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \ldots + \dfrac{1}{R_\nu}$

- Ενέργεια ηλεκτρικού ρεύματος: $W = VI \cdot t$
- Νόμος Joule: $Q = I^2 Rt$
- Ισχύς (ορισμός): $P = \frac{W}{t}$
- Ισχύς σε ηλεκτρική συσκευή: $P = VI$
- Ισχύς σε μεταλλικό αγωγό: $P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
- Ηλεκτρεγερτική δύναμη πηγής (ΗΕΔ): $E = \frac{W}{q}$ ή $E = \frac{P}{I}$
- Νόμος ΟΗΜ για κλειστό κύκλωμα: $I = \frac{E}{R_{ΟΛ}}$

- Πολική τάση πηγής: $V_{\Pi} = \mathrm{E} - \mathrm{I} \cdot r$
- Παρεχόμενη Ισχύς σε όλο το κύκλωμα: $P = E \cdot I$
- Καταναλισκόμενη Ισχύς στο εξωτερικό κύκλωμα:
  $P_{\varepsilon\xi} = V_{\Pi} I = I^2 R = EI - I^2 r$
- Καταναλισκόμενη Ισχύς στο εσωτερικό της πηγής:
  $P_{\varepsilon\sigma} = I^2 r$
- Ένταση μαγνητικού πεδίου:

α}ευθύγραμμου αγωγού: $B = K_\mu \frac{2I}{r}$

β}στο κέντρο κυκλικού αγωγού: $B = K_\mu \frac{2\pi I}{r} \cdot N$

γ}σωληνοειδούς (στο κέντρο): $B_0 = K_\mu 4\pi \frac{N}{l} I$ (χωρίς πυρήνα)

$B = \mu \cdot K_\mu 4\pi \frac{N}{l} I$ (με πυρήνα)

- Δύναμη Laplace: $F = BIl\eta\mu\phi$
- Μαγνητική Ροή: $\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\alpha$
- Νόμος επαγωγής (Faraday): $E_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N$
- Επαγωγικό ρεύμα: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ΟΛ}}}$
- Νόμος Neumann: $Q = \frac{\Delta\Phi}{R_{\text{ΟΛ}}} \cdot N$

- <u>Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση (ΓΑΤ):</u>
- Εξίσωση απομάκρυνσης: $y = y_0\eta\mu\omega t$
- Εξίσωση ταχύτητας; $\upsilon = \upsilon_0\sigma\upsilon\nu\omega t$ όπου $\upsilon_0 = \omega y_0$
- Εξίσωση επιτάχυνσης: $\alpha = -\alpha_0\eta\mu\omega t$ όπου $\alpha_0 = \omega^2 y_0$
- Σταθερά επαναφοράς: $D = m\omega^2$
- Περίοδος της Γ.Α.Τ.: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$
- Δύναμη επαναφοράς: $F_{\text{ΟΛ}} = -Dy$
- Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης: $U_T = \frac{1}{2}Dy^2$

- Κινητική ενέργεια ταλάντωσης: $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$
- Ολική ενέργεια ταλάντωσης: $E = K + U_T = \frac{1}{2}Dy_0^2$

Περίοδος απλού εκκρεμούς: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

ΕΙΔΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ	Q	W	ΔU	ΝΟΜΟΙ ΑΕΡΙΩΝ
ΙΣΟΘΕΡΜΗ	$nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$	$nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$	0	$P_a V_\alpha = P_\tau \cdot V_\tau$
ΙΣΟΧΩΡΗ	$nC_v \Delta T$	0	$nC_v \Delta T$	$\frac{P_\alpha}{T_\alpha} = \frac{P_r}{T_r}$
ΙΣΟΒΑΡΗΣ	$nC_P \Delta T$	$P \cdot \Delta V$ ή $nR\ \Delta T$	$nC_v \Delta T$	$\frac{V_a}{T_a} = \frac{V_r}{T_r}$
ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ	0	$\frac{P_\tau V_\tau - P_a V_a}{1-\gamma}$	$nC_v \Delta T$	$P_a V_a^\gamma = P_r V_a^\gamma$
ΚΥΚΛΙΚΗ	$Q_{ΟΛ} = W_{ΟΛ} = εμβαδό$ στο $P - V$	$W_{ΟΛ} = Q_{ΟΛ}$	0	——

Καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου:

$$PV = nRT \quad ή \quad PV = \frac{m_{ολ}}{M} RT \quad ή \quad P = \frac{\rho}{M} RT$$

- Σχέση πίεσης με ταχύτητες αερίων: $p = \frac{1}{3} \rho \overline{\upsilon}^2$
- Σχέση πίεσης με μέση κινητική ενέργεια: $p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E}_\kappa$
- Σχέση θερμοκρασίας με μέση κινητική ενέργεια: $T = \frac{2}{3K} \overline{E}_\kappa$
- Ενεργός ταχύτητα μορίων: $\upsilon_{εν} = \sqrt{\overline{\upsilon}} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
- Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου:

  $C_v = \frac{3}{2} R, \quad C_p = \frac{5}{2} R, \quad \gamma = \frac{5}{3}$
- Σχέση C_p και C_v : $C_p = C_v + R$

- Συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής: $e = \frac{W_{ΟΛ}}{Q_h}$ ή $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$
- Μηχανή Carnot: $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$

  συντελεστής απόδοσης μ. Carnot: $e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$

- ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

  Α) Αν $\vec{U}_0 // \vec{E}$: $a = \frac{F_{ηλ}}{m} = \frac{Ε \cdot q}{m}$ {1}

  $\upsilon = \upsilon_0 + at$ {2}

  $x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}at^2$ {3}

Β) Αν $\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{E}$:

Άξονας χ	Άξονας y
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$ Ε.Ο.Κ. $\upsilon_x = \upsilon_0$ {1} $x = \upsilon_0 t$ {2}	$\Sigma F_y = ma \rightarrow Eq = ma \rightarrow$ $\rightarrow a = \frac{Eq}{m}$ {3} $\rightarrow \upsilon_y = at$ {4} $\rightarrow y = \frac{1}{2}at^2$ {5}

- ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ (Ο.Μ.Π

  Α) Αν $\vec{\upsilon}_0 \,//\, \vec{B}$: $F_L = 0 \quad \Rightarrow$ Ε.Ο.Κ

  Β) Αν $\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{B}$: $\vec{F}_L \perp \vec{\upsilon}$ (ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ) $\Rightarrow$

  ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

  Ακτίνα ομαλής κυκλικής κίνησης $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$

  Περίοδος ομαλής κυκλικής κίνησης $T = \dfrac{2\pi m}{B|q|}$

Γ) 0<φ<90º : Ελικοειδής κίνηση

Ακτίνα έλικας: $R = \dfrac{m\upsilon_{\perp}}{B|q|}$. Περίοδος: $T = \dfrac{2\pi m}{B|q|}$.

Βήμα: $\beta = \upsilon_{//} T = \upsilon_{//} \dfrac{2\pi m}{B|q|}$

- Επαγωγική τάση σε ευθύγραμμο αγωγό που κινείται σε Ο.Μ.Π. κάθετα στις δυναμικές του γραμμές:

  $E_{\varepsilon\pi} = B \cdot \upsilon \cdot l$

- Επαγωγική τάση σε στρεφόμενο αγωγό εντός Ο.Μ.Π.:

  $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{1}{2} \cdot B \cdot \omega \cdot l^2$

- Εναλλασσόμενη τάση :

  α) στιγμιαία τιμή : $i = I\eta\mu\omega t$

  β) πλάτος έντασης : $I = \dfrac{V}{R}$

  γ) ενεργός ένταση : $I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I}{\sqrt{2}}$

- Νόμος Joule στο εναλλασσόμενο ρεύμα : $Q = I_{εν}^2 \cdot R \cdot t$
- Στιγμιαία ισχύς : $p = υ \cdot i$
- Μέση ισχύς : $\overline{P} = \frac{W}{T}$
- Μέση ισχύς σε αντίσταση : $\overline{P} = V_{εν} \cdot I_{εν}$ ή $\overline{P} = I_{εν}^2 \cdot R$

- ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ : $E_{ΕΠ(Δ)} = -M \frac{\Delta I_{(Π)}}{\Delta t}$
- Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής 2 πηνίων : $M = \mu \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} A$
- ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ : $E_{αυτ} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$
- Συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου : $L = \mu \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$

Ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο πηνίου : $U_B = 1/2 L i^2$

ΕΙΔΗ ΔΙΑΜΟΡΙΑΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

• Δυνάμεις διπόλου – διπόλου(η ισχύς τους εξαρτάται από τη διπολική ροπή των μορίων)
• Δυνάμεις διασποράς(η ισχύς τους εξαρτάται από το Mr και από το σχήμα των μορίων)
• Δεσμός υδρογόνου
• Δυνάμεις ιόντος - διπόλου(η ισχύς τους εξαρτάται από τη διπολική ροπή και το μέγεθος των διπολικών μορίων και από το φορτίο και το μέγεθος του ιόντος)

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΓΡΩΝ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ
Ιξώδες	Φύση υγρού – Θερμοκρασία
Επιφανειακή τάση	Φύση υγρού
Τάση ατμών	Φύση υγρού – Θερμοκρασία

ΑΕΡΙΑ – ΝΟΜΟΣ ΜΕΡΙΚΩΝ ΠΙΕΣΕΩΝ DALTON

$P_A + P_B + \ldots + P_i = P_{ολ}$, όπου P_A, P_B, ...P_i η μερική πίεση που ασκεί κάθε αέριο A, B, ..., i.
Ισχύει, $P_iV = nRT$ ή $P_i = X_i \cdot P_{ολ}$,

όπου $X_i = \dfrac{n_i}{n_{ολ}}$: γραμμομοριακό κλάσμα

ΠΡΟΤΥΠΗ ΕΝΘΑΛΠΙΑ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ

Ονομάζεται: η ενθαλπία ΔΗ σε πρότυπη κατάσταση. Δηλαδή, $\theta = 25^oC$, P = 1atm και για διαλύματα C = 1M.
Ισχύει, $\Delta H = H_{\text{προϊόντων}} - H_{\text{αντιδρώντων}}$
Εξαρτάται από:
- τη φύση των αντιδρώντων
- τη φυσική κατάσταση των αντιδρώντων και προϊόντων
- τις συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας

Είδη πρότυπων ενθαλπιών
- Σχηματισμού ($\Delta H_f^o > 0$ ή $\Delta H_f^o < 0$)
- Καύσης ($\Delta H_c^o < 0$)
- Εξουδετέρωσης ($\Delta H_n^o < 0$)

ΝΟΜΟΣ ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑΣ

Η προσφερόμενη θερμότητα είναι ανάλογη της ανύψωσης της θερμοκρασίας. Ισχύει, : $Q = mc\Delta\Theta$ ή $Q = (mc + C)\Delta\Theta$,
όπου m: μάζα ουσίας σε g,
c: η ειδική θερμοχωρητικότητα της ουσίας σε $J \cdot g^{-1} \cdot grad^{-1}$,
C: η θερμοχωρητικότητα του οργάνου σε $J \cdot grad^{-1}$
ΔΘ: η μεταβολή της θερμοκρασίας σε ^oC ή K

ΝΟΜΟΙ ΘΕΡΜΟΧΗΜΕΙΑΣ

- LAVOISER – LAPLACE:

$\alpha A + \beta B \rightarrow \gamma \Gamma + \delta \Delta$, ΔH_1 και $\gamma \Gamma + \delta \Delta \rightarrow \alpha A + \beta B$,ΔH_2
Ισχύει, $\Delta H_1 = -\Delta H_2$
- Hess: $A \xrightarrow{\Delta H_1} B \xrightarrow{\Delta H_2} \Gamma \xrightarrow{\Delta H_3} \Delta$

και $A \xrightarrow{\Delta H} \Delta$
Ισχύει: $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ

Για την αντίδραση: αΑ + βΒ → γΓ + Δδ

$$u = -\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{1}{\beta}\frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma}\frac{\Delta[\Gamma]}{\Delta t} = \frac{1}{\delta}\frac{\Delta[\Delta]}{\Delta t}$$: μέση ταχύτητα

$$u = -\frac{1}{\alpha}\frac{d[A]}{dt} = -\frac{1}{\beta}\frac{d[B]}{dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{d[\Gamma]}{dt} = \frac{1}{\delta}\frac{d[\Delta]}{dt}$$: στιγμιαία ταχύτα

Παράγοντες που επηρεάζουν ταχύτητα:

• Συγκέντρωση
• Πίεση για αέρια
• Επιφάνεια επαφής στερεών
• Θερμοκρασία
• Ακτινοβολία
• Καταλύτες
• Φύση αντιδρώντων

ΝΟΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Για την αντίδραση: αΑ + βΒ → γΓ + Δδ

$U = k \cdot [A]^{\chi} \cdot [B]^{\psi}$, όπου k: σταθερά ταχύτητας και εξαρτάται από όλους τους παραγοντες που επηρεάζουν την ταχύτητα πλην της πίεσης και της συγκέντρωσης,

[Α], [Β]: οι συγκεντρώσεις των αντιδρώντων Α, Β σε $mol \cdot L^{-1}$

χ + ψ: η τάξη της αντίδρασης.

• Αν χ = α και ψ = β τότε η αντίδραση είναι απλή και πραγματοποιείται σε ένα στάδιο.

• Αν χ≠ α ή ψ ≠ β τότε η αντίδραση είναι πολύπλοκη και πραγματοποεί́ται σε περισσότερα στάδια. Στην περίπτωση αυτή ο νόμος της ταχύτητας καθορίζεται από το πιο αργό στάδιο.

ΝΟΜΟΣ ΧΗΜΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Για την αντίδραση: αΑ + βΒ → γΓ + δΔ στην κατάσταση Χ.Ι. ισχύουν:

$K_c = \dfrac{[\Gamma]^{\gamma}[\Delta]^{\delta}}{[A]^{\alpha}[B]^{\beta}}$ και $K_p = \dfrac{P_{\Gamma}^{\gamma} P_{\Delta}^{\delta}}{P_{A}^{\alpha} P_{B}^{\beta}}$

Σχέση K_c - K_p: $K_p = K_c(RT)^{\Delta n}$, όπου: $\Delta n=(\gamma+\delta)-(\alpha+\beta)$

ΑΠΟΔΟΣΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ

$\alpha = \dfrac{\text{ποσότητα ουσίας που σχηματίζεται πρακτικά}}{\text{ποσότητα ουσίας που θα σχηματιζόταν θεωρητικά}}$

Τιμές: 0 εως 1

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗ ΘΕΣΗ Χ. Ι.

• Συγκέντρωση αντιδρώντων ή προϊόντων

• Πίεση για αέρια

• Θερμοκρασία

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ

• **ΑΡΧΗ Le Chatelier**: Αν μεταβάλλουμε έναν από τους παράγοντες που επηρεάζουν τη θέση Χ.Ι. η αντίδραση θα κατευθυνθεί προς τα εκεί που τείνει να αναιρέσει την επιφερόμενη μεταβολή.

• **Πηλίκο αντίδρασης:** $Q_c = \dfrac{[\Gamma]^{\gamma}[\Delta]^{\delta}}{[A]^{\alpha}[B]^{\beta}}$

Βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ K_c και Q_c.

• Αν $K_c > Q_c$: η αντίδραση οδεύει προς τα δεξιά

• Αν $K_c < Q_c$: η αντίδραση οδεύει προς τ' αριστερά

• Αν $K_c = Q_c$: τότε βρισκόμαστε σε ισορροπία.

ΟΞΕΙΔΩΣΗ – ΑΝΑΓΩΓΗ

Οξείδωση: αύξηση του Α.Ο.ατόμου ή ιόντος
Αναγωγή: μείωση του Α.Ο. ατόμου ή ιόντος
Οξειδωτικό σώμα: προκαλεί οξείδωση και ανάγεται
Αναγωγικό σώμα: προκαλεί αναγωγή και οξειδώνεται

ΟΞΕΙΔΟΑΝΑΓΩΓΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ

Συνολική μεταβολή Α.Ο. οξειδωτικού = Συνολική μεταβολή Α.Ο. αναγωγικού

ΟΞΕΙΔΩΣΗ ΜΕΤΑΛΛΩΝ ΜΕ ΟΞΕΙΔΩΤΙΚΑ ΟΞΕΑ
$M + H_2SO_4 \xrightarrow{\text{πυκνό-θερμό}}$ θειικό άλας του $M + SO_2 + H_2O$
$M + HNO_3 \xrightarrow{\text{πυκνό}}$ νιτρικό άλας του $M + NO_2 + H_2O$
$M + HNO_3 \xrightarrow{\text{αραιό}}$ νιτρικό άλας του $M + NO + H_2O$

ΟΞΕΙΔΩΣΗ ΑΜΕΤΑΛΛΩΝ ΜΕ ΟΞΕΙΔΩΤΙΚΑ ΟΞΕΑ				
	C	P	S	I
(π – θ)H_2SO_4	CO_2	H_3PO_4	SO_2	-
π. HNO_3	CO_2	H_3PO_4	H_2SO_4	HIO_3
αρ. HNO_3	-	H_3PO_4	H_2SO_4	-