

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Αριθμητική παράσταση
Αριθμητική παράσταση λέγεται μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με πράξεις. Η σειρά των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση είναι η εξής: 1. Υπολογίζουμε τις δυνάμεις 2. Κάνουμε πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις 3. Κάνουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις • Αν υπάρχουν πράξεις μέσα σε παρενθέσεις τις εκτελούμε πρώτα με την παραπάνω σειρά.
Δυνάμεις ρητών αριθμών
Το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \dots \alpha$ που έχει n παράγοντες ονομάζεται νιοστή δύναμη του α και συμβολίζεται α^n
Ιδιότητες δυναμεων
$\alpha^0 = 1$ $\alpha^m \cdot \alpha^n = \alpha^{m+n}$ $\alpha^m : \alpha^n = \alpha^{m-n}$
$(\alpha \cdot \beta)^n = \alpha^n \cdot \beta^n$ $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^n = \frac{\alpha^n}{\beta^n}$ $(\alpha^m)^n = \alpha^{m \cdot n}$
Ευκλείδεια διαίρεση
Ο τύπος της ευκλείδειας διαίρεσης είναι $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ όπου $\upsilon < \delta$ με: Δ : διαιρετέος δ : διαιρέτης π : πηλίκο υ : υπόλοιπο
Κριτήρια διαιρετότητας
<ul style="list-style-type: none">• Ένας αριθμός διαιρείται με το 2 όταν τελειώνει σε 0,2,4,6,8• Ένας αριθμός διαιρείται με το 5 όταν τελειώνει σε 0 ή 5• Ένας αριθμός διαιρείται με το 3 όταν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.• Ένας αριθμός διαιρείται με το 9 όταν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9
Κλάσματα
Ισοδύναμα ονομάζονται δύο κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος. Ανάγωγο ονομάζεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί. Ομώνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν ίδιους παρονομαστές Ετερόνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.
Σύγκριση κλασμάτων
Από δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή. Αν δύο κλάσματα είναι ετερόνυμα τα μετατρέπω σε ομώνυμα και τα συγκρίνω. Από δύο κλάσματα με τους ίδιους αριθμητές μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μικρότερο παρονομαστή.
Πράξεις μεταξύ κλασμάτων
Πρόσθεση κλασμάτων: Για να προσθέσω δύο κλάσματα θα πρέπει να είναι ομώνυμα. Αν είναι ομώνυμα τότε προσθέτω τους αριθμητές και αφήνω τον κοινό παρονομαστή. Αφαίρεση κλασμάτων: Για να αφαιρέσω δύο κλάσματα θα πρέπει να είναι ομώνυμα. Αν είναι ομώνυμα τότε αφαιρώ τους αριθμητές και αφήνω τον κοινό παρονομαστή. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων: Για να πολλαπλασιάσω δύο κλάσματα πολλαπλασιάζω τους αριθμητές και τους παρονομαστές τους.

Διαίρεση κλασμάτων: Για να διαιρέσω δύο κλάσματα κάνω την διαίρεση πολλαπλασιασμό και αντιστρέφω το δεύτερο κλάσμα.

Ποσοστά

Το σύμβολο $a\%$ ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό.

Ανάλογα ποσά

Αναλογία ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$

Ανάλογα ονομάζονται τα ποσά που ο λόγος των τιμών τους παραμένει σταθερός. Στα ανάλογα ποσά όταν η τιμή του ενός πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό τότε και η αντίστοιχη τιμή του άλλου πολλαπλασιάζεται με τον ίδιο αριθμό. Αν x, y δύο ποσά που είναι ανάλογα, συνδέονται με τη σχέση $y = a \cdot x$ όπου a είναι ο συντελεστής αναλογίας. Η γραφική παράσταση των ανάλογων ποσών είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Αντιστρόφως ανάλογα ποσά ονομάζονται τα ποσά που το γινόμενο των τιμών τους παραμένει σταθερό. Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά όταν η τιμή του ενός πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό τότε η αντίστοιχη τιμή του άλλου διαιρείται με τον αριθμό αυτό. Η γραφική παράσταση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών ονομάζεται υπερβολή.

Απόλυτη τιμή

Απόλυτη τιμή ενός αριθμού a συμβολίζεται με $|a|$ και είναι η απόσταση του a από το μηδέν.

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του.

Απαλοιφή παρενθέσεων

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το πρόσημο $+$ ή δεν έχει πρόσημο μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $+$ και να γράψουμε τους όρους που περιέχει μαζί με τα πρόσημά τους.

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το πρόσημο $-$ μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $-$ και να γράψουμε τους όρους που έχει με τα αντίθετα πρόσημα.

Κανόνες πράξεων ρητών αριθμών

Πρόσθεση ρητών αριθμών:

Για να προσθέσουμε 2 ομόσημους ρητούς αριθμούς βάζουμε το κοινό τους πρόσημο και προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους.

Για να προσθέσουμε 2 ετερόσημους ρητούς αριθμούς βάζουμε το πρόσημο της μεγαλύτερης απόλυτης τιμής και αφαιρούμε από την μεγαλύτερη την μικρότερη απόλυτη τιμή.

Για να κάνουμε την αφαίρεση $\alpha - \beta$ δύο ρητών α, β προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β , δηλαδή $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς βάζουμε το πρόσημο $+$ και πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους.

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς βάζουμε το πρόσημο $-$ και πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους.

Διαίρεση ρητών αριθμών

Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς βάζουμε το πρόσημο $+$ και διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους.

Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς βάζουμε το πρόσημο $-$ και διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους.

Ιδιότητες πράξεων		
	πρόσθεσης	πολλαπλασιασμού
Αντιμεταθετική	$\alpha + \beta = \beta + \alpha$	$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
Προσεταιριστική	$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$	$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$
	$\alpha + 0 = \alpha$	$\alpha \cdot 1 = \alpha$
	$\alpha + (-\alpha) = 0$	$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$
Επιμεριστική ιδιότητα	$\alpha(\beta \pm \gamma) = \alpha \cdot \beta \pm \alpha \cdot \gamma$	
Γεωμετρία		
Βασικές γεωμετρικές έννοιες:		
Ευθεία είναι μια γραμμή που δεν έχει αρχή και τέλος.		
Ημιευθεία είναι μια γραμμή που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος.		
Ευθύγραμμο τμήμα είναι μια γραμμή με αρχή και τέλος.		
Αντικείμενες ημιευθείες είναι δύο ημιευθείες που έχουν κοινή κορυφή και η μία είναι προέκταση της άλλης.		
Επίπεδο είναι μια επιφάνεια πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.		
Γωνία είναι η περιοχή που ορίζουν 2 ημιευθείες με κοινή κορυφή πάνω στο επίπεδο. Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα.		
Διχοτόμος γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και την χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.		
Μέσο ευθυγράμμου τμήματος λέγεται το σημείο που χωρίζει το ευθύγραμμο τμήμα σε δύο ίσα μέρη.		
Είδη γωνιών		
Ορθή ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο 90° . Οι πλευρές της ορθής είναι κάθετες ημιευθείες.		
Οξεία ονομάζεται η γωνία που είναι μικρότερη από την ορθή.		
Αμβλεία ονομάζεται η γωνία που είναι μεγαλύτερη από την ορθή και μικρότερη από 180° .		
Ευθεία γωνία ονομάζεται η γωνία που το μέτρο της είναι ίσο με 180° .		
Μη κυρτή λέγεται η γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 180° και μικρότερο των 360° .		
Μηδενική λέγεται η γωνία με μέτρο 0° .		
Πλήρης λέγεται η γωνία με μέτρο 360° .		
Εφεξής ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μια κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.		
Διαδοχικές γωνίες λέγονται περισσότερες από δύο γωνίες που η καθεμία από αυτές είναι εφεξής με την προηγούμενη και την επόμενη της.		
Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .		
Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° .		
Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές της μίας είναι αντικείμενες ημιευθείες της άλλης.		
Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.		

Παράλληλες
<p>Παράλληλες ονομάζονται οι ευθείες που ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και δεν τέμνονται.</p> <p>Όταν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μια τρίτη τότε οι εντός και εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες.</p> <p>Όταν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μια τρίτη τότε οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες.</p>
Μεσοκάθετος
<p>Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος λέγεται η ευθεία που διέρχεται από το μέσο του και είναι κάθετη σε αυτό.</p> <p>Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.</p>
Τρίγωνα
<p>Κύρια στοιχεία ενός τριγώνου είναι οι πλευρές και οι γωνίες του.</p> <p>Είδη τριγώνων με βάση τις πλευρές:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ισόπλευρο (Το τρίγωνο που όλες οι πλευρές είναι ίσες). • Ισοσκελές (Το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες). • Σκαληνό (Το τρίγωνο που όλες οι πλευρές είναι άνισες).
Είδη τριγώνων με βάση την γωνία
<ul style="list-style-type: none"> • Ορθογώνιο (Το τρίγωνο που έχει μια ορθή γωνία). • Αμβλυγώνιο (Το τρίγωνο που έχει μια αμβλεία γωνία). • Οξυγώνιο (Το τρίγωνο που όλες οι γωνίες είναι οξείες).
Δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου
<ul style="list-style-type: none"> • Διάμεσος: είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή με το μέσο της απέναντι πλευράς. • Ύψος: είναι το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από μια κορυφή προς την απέναντι πλευρά. • Διχοτόμος: είναι το ευθύγραμμο τμήμα που χωρίζει την γωνία σε δύο ίσες γωνίες.
<p>Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι 180°</p> <p>Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύουν: Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες. Η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και ύψος και διχοτόμος.</p> <p>Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει: Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες. Κάθε διάμεσος είναι και ύψος και διχοτόμος.</p>
Παραλληλόγραμμο
<p>Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες. Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να θεωρηθεί βάση του. Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται ύψος του παραλληλογράμμου.</p> <p>Ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι το παραλληλόγραμμο που όλες οι γωνίες του είναι ορθές. • Ρόμβος είναι το παραλληλόγραμμο που όλες οι πλευρές είναι ίσες. • Τετράγωνο είναι το παραλληλόγραμμο που οι πλευρές του είναι ίσες και οι γωνίες του ορθές.
Τραπεζίο
<p>Τραπεζίο είναι το τετράπλευρο που έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες. Οι παράλληλες πλευρές ονομάζονται βάσεις του τραπέζιου. Η απόσταση των βάσεων λέγεται ύψος του τραπέζιου. Αν ένα τραπέζιο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες ονομάζεται ισοσκελές τραπέζιο.</p>